

**II етап**  
**Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**  
2018-2019 навчальний рік

*"Гарна ідея складається з великої кількості маленьких ідей"*  
*Томас Едісон*

10 КЛАС

1. Чи існує зростаюча геометрична прогресія, у якої перші 100 членів – цілі числа, а всі решта члени не є цілими числами?
2. Розв'яжіть в цілих числах рівняння

$$xy + 2018x - 2018y = 2019 \cdot 2017.$$

3. Розв'яжіть нерівність

$$\sqrt{x + 4\sqrt{x - 4}} > x - 8.$$

4. В опуклому чотирикутнику  $ABCD$  сторони  $AB$  і  $CD$  мають однакову довжину, а відрізки, які сполучають середини протилежних сторін перетинаються під прямим кутом. Доведіть, що  $AD \parallel BC$ .
5. Денис і Максим грають у гру. Вони по черзі зафарбовують клітинки таблиці розміром  $6 \times 6$ . Спочатку одну клітинку за своїм вибором зафарбовує Денис, потім одну клітинку за своїм вибором зафарбовує Максим, і так далі. Гра закінчується, якщо у таблиці повністю зафарбовано два рядки, а гравець, який зробив останній хід, виграє гру. Чи може хтось з гравців забезпечити собі виграш?

*Кожна задача оцінюється в 7 балів*