

**II етап**  
**Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики**  
2018-2019 навчальний рік

*"Гарна ідея складається з великої кількості маленьких ідей"*  
*Томас Едісон*

11 КЛАС

1. Розв'яжіть рівняння

$$9^x + 1 = 10 \cdot 3^{x-1}.$$

2. Розв'яжіть рівняння в невід'ємних цілих числах

$$2018^x = y^2 + y - 1.$$

3. В опуклому чотирикутнику  $ABCD$  діагоналі  $AC$  і  $BD$  є бісектрисами кутів чотирикутника при вершинах  $A$  і  $D$  відповідно. Крім того, відомо, що навколо чотирикутника  $ABCD$  можна описати коло і сторона  $AD$  має вдвічі більшу довжину, ніж сторона  $BC$ . Знайдіть кути чотирикутника  $ABCD$ .

4. Розв'яжіть нерівність

$$3 \cos x + \cos(2x) + \sin^2 x \geq \frac{|x|}{\pi} + \frac{4\pi}{|x|}.$$

5. Денис і Максим грають у гру. Вони по черзі зафарбовують клітинки таблиці розміром  $7 \times 7$ . Спочатку одну клітинку за своїм вибором зафарбовує Денис, потім одну клітинку за своїм вибором зафарбовує Максим, і так далі. Гра закінчується, якщо у таблиці повністю зафарбовано хоча б один рядок, а гравець, який зробив останній хід, виграє гру. Чи може хтось з гравців забезпечити собі виграш?

*Кожна задача оцінюється в 7 балів*