

II етап
Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики
2018-2019 навчальний рік

"Гарна ідея складається з великої кількості маленьких ідей"
Томас Едісон

8 КЛАС

1. В трикутнику ABC проведено бісектрису BL . Через вершину A проведено пряму, що перпендикулярна до BL і перетинає сторону BC в точці K . Доведіть, що $AL = LK$.
2. Відомо, що магічні істоти Швидкорослики дуже швидко ростуть. Наприклад, швидкорослик Енді виростає за рік на 1 метр, а швидкорослик Банді – на 2 метри. Відомо, що 6 років тому Банді був в одинадцять разів довший за Енді, а 4 роки тому – в дев'ять разів довший. Який зріст зараз мають Енді та Банді?
3. *Факторіалом* натурального числа n називається добуток всіх натуральних чисел від 1 до n включно (позначається цей добуток символом $n!$). Доведіть, що число $2017! + 2018! + 2019!$ ділиться націло на 2019^2 .
4. У натурального числа n обчислили суму його цифр та відняли її від самого числа. У числа, яке при цьому отрималося, знову обчислили суму цифр і позначили її через m . Знайдіть всі такі натуральні числа n , для яких $m = 10$.
5. В країні Діагоналії є n міст (географам точно відомо, що $n \geq 5$), які розташовані на колі, причому всі відстані між сусідніми містами рівні. Відомо, що всі несусідні міста з'єднані прямими дорогами, які місцеві мешканці називають "діагоналями" (так вже історично склалося). Знайдіть найбільшу та найменшу кількість однакових за довжиною діагоналей.

Кожна задача оцінюється в 7 балів